Вариант №1

Задача №1

Движение тележки с ракетным двигателем:

$$½ S \quad ½ a_1 t_1^2; \quad {}_1 \quad a_1 t_1; \quad ½ S \quad {}_1 t_2.$$

Движение тележки с авиационным двигателем:

$$S \quad ½ a_2 (t_1 \quad t_2)^2.$$

Следовательно,

$$½ a_1 t_1^2 \quad {}_1 t_2; \quad ½ a_1 t_1^2 \quad a_1 t_1 t_2; \quad t_1 \quad 2 t_2;$$

$$½ a_1 t_1^2 \quad a_1 t_1 t_2 \quad ½ a_2 (t_1 \quad t_2)^2; \quad ½ a_1 (2 t_2)^2 \quad a_1 (2 t_2) t_2 \quad ½ a_2 (2 t_2 \quad t_2)^2; \quad a_1 \quad ⅝ a_2.$$

Ответ: $a_1/a_2 \quad ⅝$.

Задача №2

Уравнения движения черепахи:

$$S \quad ½ a \quad t^2; \quad m a \quad F_{\text{тр пок}}.$$

Следовательно,

$$a \quad \frac{2S}{t^2}; \quad F_{\text{тр пок}} \quad m a \quad m \frac{2S}{t^2} \quad 2\,10^{-6} \text{ Н.}$$

Ответ: $F_{\text{тр пок}} \quad m \frac{2S}{t^2} \quad 2\,10^{-6}$ Н.

Задача №3

Уравнение движения Титана:

$$m a_{\text{ц. с.}} \quad F,$$

где центростремительное ускорение спутника

$$a_{\text{ц. с.}} \quad {}^2 R \quad \frac{2}{T} \quad {}^2 R,$$

а сила притяжения Титана Сатурном

$$F \quad G \frac{m M}{R^2},$$

где m и M массы Титана и Сатурна соответственно.

Следовательно,

$$m \frac{2}{T} \quad {}^2 R \quad G \frac{m M}{R^2}; \quad M \quad \frac{4 \quad ^2 R^3}{G T^2} \quad 5{,}7\,10^{26} \text{ кг.}$$

Ответ: $M \quad \frac{4 \quad ^2 R^3}{G T^2} \quad 5{,}7\,10^{26}$ кг.

Задача №4

Пусть скорость мячика в момент удара о пол, а скорость мячика в момент удара о потолок.

Поскольку время движения мячика от пола до потолка и от потолка до пола одинаково, то

$${}_0 \quad ½ g \quad t.$$

На основании закона сохранения механической энергии получим

$$\frac{m \quad _0^2}{2} \quad \frac{m \quad ^2}{2} \quad m g h,$$

где h высота комнаты.

С учетом условия задачи (${}_0/k$) находим:

$$\frac{_0}{k} \quad {}_0 \quad \frac{g \quad t}{2}; \quad {}_0 \quad \frac{g \quad t}{2} \frac{k}{k \quad 1};$$

$$h \quad \frac{_0^2 \quad ^2}{2g} \quad {}_0^2 \frac{k^2 \quad 1}{2 g k^2} \quad \frac{g \quad t}{2} \frac{k}{k \quad 1} \quad ^2 \frac{k^2 \quad 1}{2 g k^2} \quad \frac{g \quad t^2}{8} \frac{k \quad 1}{k \quad 1} \quad 3 \text{ м.}$$

Ответ: $h \quad \frac{g \quad t^2}{8} \frac{k \quad 1}{k \quad 1} \quad 3$ м.

Задача №5

Давление на глубине h

$$P \quad P_0 \quad g h$$

(где P_0 атмосферное давление), а плотность воды

$$\frac{m}{V \quad V} \quad \frac{}{1 \quad V/V},$$

где V 1 л.

Полагая при оценке величины силы трения $F_{\text{тр}}$ пробки о горлышко бутылки, что давление воздуха в бутылке на глубине h не сильно отличается от P_0, получим

$$F_{\text{тр}} \quad F \quad F_0,$$

где $F \quad P S$ сила давления, проталкивающая пробку внутрь бутылки; $F_0 \quad P_0 S$ сила давления воздуха на пробку изнутри бутылки.

Следовательно,

$$F_{\text{тр}} \quad (P \quad P_0) S \quad g h ¼ \quad d^2 \quad ¼ \quad d^2 \frac{}{1 \quad V/V} g h \quad 1{,}27\,10^3 \text{ Н,}$$

где $S \quad ¼ \quad d^2$ площадь поперечного сечения пробки.

Ответ: $F_{\text{тр}} \quad ¼ \quad d^2 \frac{}{1 \quad V/V} g h \quad 1{,}27\,10^3$ Н.

Задача №6

За время пребывания на улице колобок остыл до температуры 0°C, отдав количество теплоты

$$Q_{\text{отд 1}} \quad m c_1 (t_1 \quad 0^\circ\text{C}),$$

затем колобок превратился в ледышку, отдав количество теплоты

$$Q_{\text{отд 2}} \quad m,$$

и, наконец, окончательно замерзнув, колобок остыл до температуры t_2, отдав количество теплоты

$$Q_{\text{отд 3}} \quad m c_2 (0^\circ\text{C} \quad t_2).$$

Следовательно, общее количество теплоты, потерянное колобком за время ,

$$Q_{\text{отд}} \quad Q_{\text{отд 1}} \quad Q_{\text{отд 2}} \quad Q_{\text{отд 2}} \quad m c_1 t_1 \quad m \quad m c_2 t_2,$$

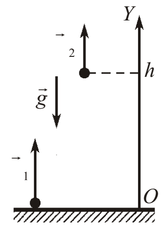
а среднее количество теплоты, теряемое им ежесекундно,

$$q \quad \frac{Q_{\text{отд}}}{} \quad m \frac{c_1 t_1 \quad c_2 t_2}{} \quad 117 \text{ Дж/с.}$$

Ответ: $q \quad m \frac{c_1 t_1 \quad c_2 t_2}{} \quad 117$ Дж/с.

Вариант №1

Задача №1



Записав законы движения шариков

$$y_1 = \upsilon_1 t - ½ g t^2; \quad y_2 = h + \upsilon_2 t - ½ g t^2$$

в моменты их падения на поверхность земли

$$0 = \upsilon_1 t_1 - ½ g t_1^2; \quad 0 = h + \upsilon_2 t_2 - ½ g t_2^2,$$

получим:

$$t_1 = 2\upsilon_1/g \approx 1{,}8 \text{ с}; \quad t_2 = \left(\upsilon_2 + \sqrt{\upsilon_2^2 + 2gh}\right)/g \approx 2 \text{ с}.$$

Шарики могут оказаться на одной высоте H в момент времени

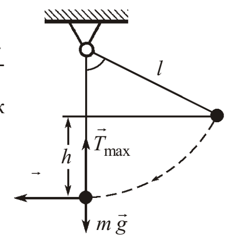
$$H = \upsilon_1 t - ½ g t^2 = h + \upsilon_2 t - ½ g t^2;$$

$$t = \frac{h}{\upsilon_1 - \upsilon_2} \approx 2{,}5 \text{ с}.$$

Поскольку $t > t_2 > t_1$, то на одной высоте они окажутся только на поверхности земли в момент падения второго шарика.

Ответ: $t \approx 2$ с.

Задача №2



Шарик будет двигаться по дуге окружности радиусом, равным длине нити l.

При движении шарика его вес, численно равный силе натяжения нити, будет максимальным при прохождении шариком положения равновесия.

Запишем уравнение движения шарика в проекции на ось, направленную к центру окружности, в момент прохождении положения равновесия:

$$m\upsilon^2/l = T_{max} - m g.$$

На основании закона сохранения механической энергии

$$m g h = ½ m \upsilon^2,$$

где $h = l - l\cos\alpha$. Следовательно,

$$T_{max} = \frac{m\upsilon^2}{l} + m g = \frac{2 m g h}{l} + m g = m g (3 - 2\cos\alpha); \quad n = \frac{P}{m g} = \frac{T_{max}}{m g} = 3 - 2\cos\alpha \approx 2.$$

Ответ: $n = 3 - 2\cos\alpha \approx 2$.

Задача №3

Поскольку бусинка после удара о чашу весов поднялась на ту же высоту h, то ее скорость в результате соударения изменила направление на противоположное и осталась такой же по величине, какой была в момент удара. Так как удар абсолютно упругий, то скорость чаши также не изменилась по величине. Очевидно, что непосредственно перед соударением чаша двигалась навстречу бусинке.

Поскольку соударение происходит в момент прохождения чашей положения равновесия, то чаша вернется в это положение через половину периода колебаний, а бусинка — через время, равное удвоенному времени падения Δt с высоты h. Следовательно,

$$½ T = 2\Delta t,$$

а время падения бусинки

$$\Delta t = ¼ T.$$

С учетом, что после соударения скорости бусинки и чаши по величине остались такими же, а изменились только их направления ($\vec\upsilon' = -\vec\upsilon$; $\vec\upsilon'_{max} = -\vec\upsilon_{max}$), на основании закона сохранения импульса

$$m\upsilon - M\upsilon_{max} = -m\upsilon + M\upsilon_{max}$$

получим

$$\upsilon_{max} = (m/M)\,\upsilon,$$

где скорость бусинки в момент соударения

$$\upsilon = g\,\Delta t.$$

Следовательно,

$$\upsilon_{max} = \frac{m}{M} g\,\Delta t = \frac{m g T}{4 M} \approx 7{,}4 \text{ см/с}.$$

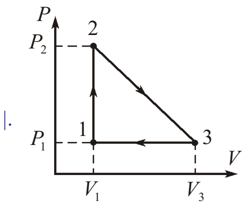
Ответ: $\upsilon_{max} = \dfrac{m g T}{4 M} \approx 7{,}4$ см/с.

Задача №4

КПД цикла Карно, проводимого в диапазоне температур, соответствующем изохорному процессу $1 \to 2$ ($T_{min} = T_1$; $T_{max} = T_2$)

$$\eta_к = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}; \quad \frac{T_1}{T_2} = 1 - \eta_к.$$

В циклическом процессе $1 \to 2 \to 3 \to 1$ газ получает теплоту в процессах $1 \to 2$ и $2 \to 3$, отдает — в процессе $3 \to 1$. Следовательно, КПД цикла



$$\eta = \frac{A}{Q_н} = \frac{A}{A + Q_х} = \frac{A}{A + |Q_{31}|},$$

где работа газа за цикл

$$A = ½ (P_2 - P_1)(V_3 - V_1) = ½ P_1 V_1 (P_2/P_1 - 1)(V_3/V_1 - 1),$$

а количество теплоты, отданной холодильнику,

$$Q_х = |Q_{31}| = |\Delta U_{31} - A_{31}| = |3/2\, \nu R (T_1 - T_3) - P_1 (V_3 - V_1)|.$$

Записав уравнение Менделеева — Клапейрона в состояниях 1, 2 и 3

$$P_1 V_1 = \nu R T_1; \quad P_2 V_1 = \nu R T_2; \quad P_1 V_3 = \nu R T_3,$$

получим:

$$P_2/P_1 = T_2/T_1; \quad V_3/V_1 = T_3/T_1.$$

Следовательно,

$$A = ½\, \nu R T_1 (T_2/T_1 - 1)(T_3/T_1 - 1); \quad Q_х = 5/2\, \nu R (T_3 - T_1) = 5/2\, \nu R T_1 (T_3/T_1 - 1);$$

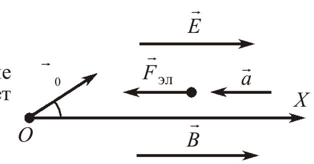
$$\eta = \frac{½\, \nu R T_1 (T_2/T_1 - 1)(T_3/T_1 - 1)}{½\, \nu R T_1 (T_2/T_1 - 1)(T_3/T_1 - 1) + 5/2\, \nu R T_1 (T_3/T_1 - 1)} = \frac{T_2/T_1 - 1}{T_2/T_1 + 4} = \frac{1/(1 - \eta_к) - 1}{1/(1 - \eta_к) + 4} = \frac{\eta_к}{5 - 4\eta_к} \approx 0{,}167 = 16{,}7\%.$$

Ответ: $\eta = \dfrac{\eta_к}{5 - 4\eta_к} \approx 0{,}167 = 16{,}7\%$.

Задача №5

При отсутствии электрического поля частица в магнитном поле двигалась бы по винтовой линии некоторого радиуса с периодом обращения

$$T = \frac{2\pi m}{|q| B},$$



при этом величина ее скорости оставалась бы неизменной. Наличие электрического поля, направленного параллельно магнитному, приведет к изменению величины и направления скорости частицы.

При движении на частицу электрическое поле действует с силой

$$\vec F_{эл} = q\vec E,$$

которая сообщает частице ускорение, направленное противоположно вектору $\vec E$.

При движении вдоль силовых линий поля с ускорением

$$a_x = -|q|E/m$$

проекция скорости частицы на ось OX с течением времени будет уменьшаться по закону

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha + a_x t$$

и станет равной нулю в момент времени

$$t_0 = -\frac{\upsilon_0 \cos\alpha}{a_x} = \frac{m\upsilon_0 \cos\alpha}{|q| E}.$$

За это время частица совершит

$$N = \frac{t_0}{T} = \frac{|q| B m \upsilon_0 \cos\alpha}{2\pi m |q| E} = \frac{B\upsilon_0 \cos\alpha}{2\pi E} \approx 27$$

полных оборотов.

Ответ: $N = \dfrac{B\upsilon_0 \cos\alpha}{2\pi E} \approx 27$.

Задача №6

Оптическая сила системы линз, сложенных вплотную, равна сумме оптических сил этих линз:

$$D = D_1 + D_2,$$

где D_1, D_2 — оптические силы линз.

Если оставить лишь первую линзу, то из уравнения линзы и увеличения

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f_1} = D_1; \quad \Gamma_1 = \frac{f_1}{d}$$

(где d, f_1 — расстояния от линзы до предмета и его изображения) получим:

$$f_1 = \frac{d}{d D_1 - 1}; \quad \Gamma_1 = \frac{1}{d D_1 - 1}.$$

Аналогично, для второй линзы и для линз, сложенных вместе:

$$\Gamma_2 = \frac{1}{d D_2 - 1}; \quad \Gamma = \frac{1}{d D - 1}.$$

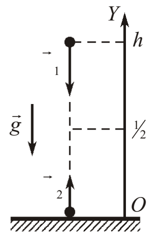
Следовательно,

$$D_1 = \frac{1 + \Gamma_1}{d\,\Gamma_1}; \quad D_2 = \frac{1 + \Gamma_2}{d\,\Gamma_2}; \quad \Gamma = \frac{1}{d D - 1} = \frac{1}{d(D_1 + D_2) - 1} = \frac{\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_2} = \frac{6}{11}.$$

Ответ: $\Gamma = \dfrac{\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_2} = \dfrac{6}{11}$.

Вариант №2

Задача №1



Записав законы движения мячиков

$$y_1 \quad h \quad {}_1 t \quad \tfrac12 g t^2; \qquad y_2 \quad {}_2 t \quad \tfrac12 g t^2$$

в момент их столкновения ($y_1 \quad y_2 \quad \tfrac12 h$)

$$\tfrac12 h \quad h \quad {}_1 t_0 \quad \tfrac12 g t_0^2; \qquad \tfrac12 h \quad {}_2 t_0 \quad \tfrac12 g t_0^2,$$

получим:

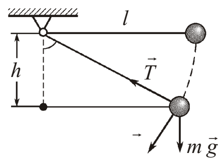
$$ {}_1 t_0 \quad \tfrac12 g t_0^2 \quad {}_2 t_0 \quad \tfrac12 g t_0^2; \qquad t_0 \quad (\; {}_2 \quad {}_1)/g.$$

Следовательно,

$$h \quad 2 \; {}_2 t_0 \quad g t_0^2 \quad (\; {}_2^2 \quad {}_1^2)/g \quad 4{,}6 \text{ м.}$$

Ответ: $h \quad (\; {}_2^2 \quad {}_1^2)/g \quad 4{,}6$ м.

Задача №2



Шарик будет двигаться по дуге окружности радиусом, равным длине нити l.

Запишем уравнение движения шарика в проекции на ось, направленную к центру окружности, в момент времени, когда угол между нитью и вертикалью равен :

$$\frac{m \; ^2}{l} \quad T \quad m g \cos \; .$$

На основании закона сохранения механической энергии

$$m g h \quad \tfrac12 m \; ^2,$$

где $h \quad l \cos$. Следовательно,

$$m \; ^2 \quad 2 m g l \cos \; ; \quad 2 m g \cos \quad T \quad m g \cos \; ; \quad \cos \quad \tfrac13; \quad 70{,}5^{\circ},$$

где учтено, что сила натяжения нити $T \quad m g$.

Ответ: $70{,}5^{\circ}$.

Задача №3

Поскольку бусинка после удара о чашу весов поднялась на ту же высоту h, то ее скорость в результате соударения изменила направление на противоположное и осталась такой же по величине, какой была в момент удара. Так как удар абсолютно упругий, то скорость чаши также не изменилась по величине. Очевидно, что непосредственно перед соударением чаша двигалась навстречу бусинке.

Поскольку соударение происходит в момент прохождения чашей положения равновесия, то чаша вернется в это положение через половину периода колебаний, а бусинка через время, равное удвоенному времени падения t с высоты h. Следовательно,

$$\tfrac12 T \quad 2 \quad t.$$

Поскольку время падения бусинки

$$t \quad \sqrt{2h/g},$$

то период колебаний чаши

$$T \quad 4\sqrt{2h/g}.$$

В момент соударения чаша проходит положение равновесия с максимальной скоростью

$$_{\max} \quad A \quad ,$$

где A амплитуда колебаний; $\quad 2 \quad /T$ циклическая частота.

С учетом, что после соударения скорости бусинки и чаши по величине остались такими же, а изменились только их направления ($\vec{}$; $\vec{}_{\max}$ $\quad _{\max}$), на основании закона сохранения импульса

$$m \quad M \; _{\max} \quad m \quad M \; _{\max}$$

получим

$$_{\max} \quad (m/M) \quad ,$$

где скорость бусинки в момент соударения

$$\sqrt{2gh}.$$

Следовательно,

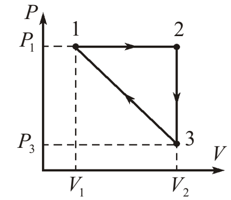
$$A \quad \frac{_{\max}}{} \quad \frac{m}{M}\frac{T}{2} \quad \frac{m}{M}\frac{4\sqrt{2gh}\sqrt{2h/g}}{2} \quad \frac{4h}{n} \quad 1{,}9 \text{ см.}$$

Ответ: $A \quad \dfrac{4h}{n} \quad 1{,}9$ см.

Задача №4

В циклическом процессе 1 2 3 1 газ получает теплоту в процессе 1 2, отдает в процессах 2 3 и 3 1. Следовательно, КПД цикла

$$\frac{A}{Q_{\text{н}}} \quad \frac{A}{Q_{1\,2}},$$



где работа газа за цикл

$$A \quad \tfrac12 (P_1 \quad P_3)(V_2 \quad V_1) \quad \tfrac12 P_1 V_1 (1 \quad P_3/P_1)(V_2/V_1 \quad 1),$$

а количество теплоты, полученной от нагревателя,

$$Q_{1\,2} \quad U_{1\,2} \quad A_{1\,2} \quad \tfrac32 \quad R(T_2 \quad T_1) \quad P_1(V_2 \quad V_1).$$

Записав уравнение Менделеева Клапейрона в состояниях 1, 2 и 3

$$P_1 V_1 \quad R T_1; \quad P_1 V_2 \quad R T_2; \quad P_3 V_2 \quad R T_3,$$

получим:

$$P_3/P_1 \quad T_3/T_2; \quad V_2/V_1 \quad T_2/T_1.$$

Следовательно,

$$A \quad \tfrac12 \quad R T_1 (1 \quad T_3/T_2)(T_2/T_1 \quad 1); \quad Q_{\text{н}} \quad \tfrac52 \quad R(T_2 \quad T_1) \quad \tfrac52 \quad R T_1 (T_2/T_1 \quad 1);$$

$$\frac{\tfrac12 \quad R T_1 (1 \quad T_3/T_2)(T_2/T_1 \quad 1)}{\tfrac52 \quad R T_1 (T_2/T_1 \quad 1)} \quad \frac{1 \quad T_3/T_2}{5}; \quad \frac{T_3}{T_2} \quad 1 \quad 5 \quad .$$

КПД цикла Карно, проводимого в диапазоне температур, соответствующем изохорному процессу 2 3 ($T_{\min} \quad T_3$; $T_{\max} \quad T_2$)

$$_{\text{к}} \quad \frac{T_{\max} \quad T_{\min}}{T_{\max}} \quad \frac{T_2 \quad T_3}{T_2} \quad 1 \quad \frac{T_3}{T_2} \quad 5 \quad 0{,}6 \quad 60\%.$$

Ответ: $_{\text{к}} \quad 5 \quad 0{,}6 \quad 60\%$.

Задача №5

При движении в электрическом поле на частицу будет действовать сила

$$\vec{F}_{\text{эл}} \quad q\vec{E}.$$

Двигаясь с ускорением

$$a \quad F_{\text{эл}}/m \quad |q|E/m,$$

частица за время t приобретет скорость

$$a \quad t \quad (|q|E/m) \quad t.$$

Влетев в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции, частица будет двигаться по окружности некоторого радиуса с периодом обращения

$$T \quad \frac{2 \quad m}{|q|B}.$$

В магнитном поле направление скорости частицы изменится на противоположное через половину периода. Следовательно,

$$t \quad \tfrac12 T \quad \frac{m}{|q|B}; \quad \frac{|q|E}{m} \quad \frac{m}{|q|B}; \quad E/B \quad / \quad 641 \text{ В/(м Тл).}$$

Ответ: $E/B \quad / \quad 641$ В/(м Тл).

Задача №6

При использовании собирающей линзы в качестве лупы, предмет располагают между линзой и ее фокусом. При этом мнимое изображение предмета будет расположено с той же стороны от линзы, что и предмет. Записав формулу линзы и увеличение

$$\frac{1}{d_1} \quad \frac{1}{f_1} \quad \frac{1}{F}; \quad n \quad \frac{f_1}{d_1}$$

(где d_1, f_1 расстояния от предмета и его изображения до линзы соответственно), найдем расстояние от предмета до лупы:

$$\frac{1}{d_1} \quad \frac{1}{n d_1} \quad \frac{1}{F}; \quad \frac{n \quad 1}{n d_1} \quad \frac{1}{F}; \quad d_1 \quad F\frac{n \quad 1}{n}.$$

При использовании этой линзы в проекторе предмет и его действительное изображение будут расположены по разные стороны от линзы. Записав формулу линзы и увеличение в этом случае

$$\frac{1}{d_2} \quad \frac{1}{f_2} \quad \frac{1}{F}; \quad 2n \quad \frac{f_2}{d_2},$$

найдем расстояние от предмета до линзы:

$$\frac{1}{d_2} \quad \frac{1}{2 n d_2} \quad \frac{1}{F}; \quad \frac{2n \quad 1}{2 n d_2} \quad \frac{1}{F}; \quad d_2 \quad F\frac{2n \quad 1}{2n}.$$

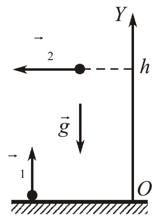
Следовательно, отношение расстояний от предмета до переднего фокуса линзы в рассмотренных случаях

$$k \quad \frac{F \quad d_1}{d_2 \quad F} \quad \frac{F \quad F(n \quad 1)/n}{F(2n \quad 1)/2n \quad F} \quad 2.$$

Ответ: $k \quad 2$.

Вариант №3

Задача №1



Записав законы движения шариков в проекции на ось OY

$$y_1 \quad {}_1 t \quad \tfrac12 g t^2; \quad y_2 \quad h \quad \tfrac12 g t^2$$

в моменты их падения на поверхность земли

$$0 \quad {}_1 t_1 \quad \tfrac12 g t_1^2; \quad 0 \quad h \quad \tfrac12 g t_2^2,$$

получим:

$$t_1 \quad 2 \quad {}_1/g \quad 0{,}8 \text{ с}; \quad t_2 \quad \sqrt{2h/g} \quad 1 \text{ с}.$$

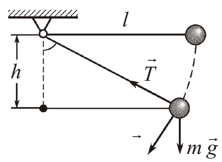
Шарики могут оказаться на одной высоте H в момент времени

$$H \quad {}_1 t \quad \tfrac12 g t^2 \quad h \quad \tfrac12 g t^2; \quad t \quad h/ \quad {}_1 \quad 1{,}25 \text{ с}.$$

Поскольку $t \quad t_2 \quad t_1$, то на одной высоте они окажутся только на поверхности земли в момент падения второго шарика.

Ответ: t 1 с.

Задача №2



Шарик будет двигаться по дуге окружности радиусом, равным длине нити l.

Запишем уравнение движения шарика в проекции на ось, направленную к центру окружности, в момент времени, когда угол между нитью и вертикалью равен :

$$\frac{m \quad ^2}{l} \quad T \quad m g \cos \quad .$$

На основании закона сохранения механической энергии

$$m g h \quad \tfrac12 m \quad ^2,$$

где $h \quad l \cos$. Следовательно,

$$m \quad ^2 \quad 2 m g l \cos \quad ; \quad T \quad 3 m g \cos \quad .$$

Отсюда с учетом условия задачи получим:

$$T_{max} \quad 3 m g \cos \quad {}_m; \quad \cos \quad {}_m \quad \tfrac23; \quad {}_m \quad \arccos \tfrac23 \quad 48{,}2^o.$$

Ответ: $_m$ $\arccos \tfrac23$ $48{,}2^o$.

Задача №3

Поскольку бусинка после удара о чашу весов поднялась на ту же высоту h, то ее скорость в результате соударения изменила направление на противоположное и осталась такой же по величине, какой была в момент удара. Так как удар абсолютно упругий, то скорость чаши также не изменилась по величине. Очевидно, что непосредственно перед соударением чаша двигалась навстречу бусинке.

Поскольку соударение происходит в момент прохождения чашей положения равновесия, то чаша вернется в это положение через половину периода колебаний, а бусинка через время, равное удвоенному времени падения t с высоты h. Следовательно,

$$\tfrac12 T \quad 2 \quad t.$$

Поскольку время падения бусинки

$$t \quad \sqrt{2h/g},$$

то период колебаний чаши

$$T \quad 4\sqrt{2h/g}.$$

В момент соударения чаша проходит положение равновесия с максимальной скоростью

$$_{max} \quad A \quad ,$$

где A амплитуда колебаний; $2 \quad /T$ циклическая частота.

С учетом, что после соударения скорости бусинки и чаши по величине остались такими же, а изменились только их направления (; $_{max}$ $_{max}$), на основании закона сохранения импульса

$$m \quad M \quad _{max} \quad m \quad M \quad _{max}$$

получим

$$(M/m) \quad _{max},$$

где скорость бусинки в момент соударения

$$\sqrt{2gh}.$$

Следовательно,

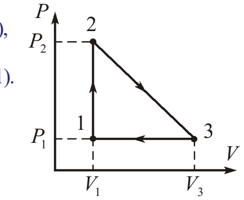
$$\sqrt{2gh} \quad \frac{M}{m} \quad _{max}; \quad \sqrt{2gh} \quad n A \frac{2}{T}; \quad \sqrt{2gh} \quad n A \frac{2}{4\sqrt{2h/g}}; \quad h \quad n \frac{A}{4} \quad 31{,}4 \text{ см}.$$

Ответ: $h \quad \tfrac14 n A \quad 31{,}4$ см.

Задача №4

В циклическом процессе 1 2 3 1 газ получает теплоту в процессе 1 2, отдает в процессах 2 3 и 3 1. Следовательно, КПД цикла

$$\frac{A}{Q_н} \quad \frac{A}{Q_{1\ 2}},$$



где работа газа за цикл

$$A \quad \tfrac12 (P_2 \quad P_1)(V_3 \quad V_1) \quad \tfrac12 P_1 V_1 (P_2/P_1 \quad 1)(V_3/V_1 \quad 1),$$

а количество теплоты, полученной от нагревателя,

$$Q_{1\ 2} \quad U_{1\ 2} \quad A_{1\ 2} \quad \tfrac32 \quad R(T_2 \quad T_1) \quad \tfrac32 \quad R T_1 (T_2/T_1 \quad 1).$$

Записав уравнение Менделеева Клапейрона в состояниях 1, 2 и 3

$$P_1 V_1 \quad R T_1; \quad P_2 V_1 \quad R T_2; \quad P_1 V_3 \quad R T_3,$$

получим:

$$P_2/P_1 \quad T_2/T_1; \quad V_3/V_1 \quad T_3/T_1.$$

Следовательно,

$$A \quad \tfrac12 \quad R T_1 (T_2/T_1 \quad 1)(T_3/T_1 \quad 1); \quad \frac{\tfrac12 \quad R T_1 (T_2/T_1 \quad 1)(T_3/T_1 \quad 1)}{\tfrac32 \quad R T_1 (T_2/T_1 \quad 1)} \quad \frac{T_3/T_1 \quad 1}{3}; \quad \frac{T_3}{T_1} \quad 1 \quad 3 \quad .$$

КПД цикла Карно, проводимого в диапазоне температур, соответствующем изобарическому процессу 3 1 (T_{min} T_1; T_{max} T_3)

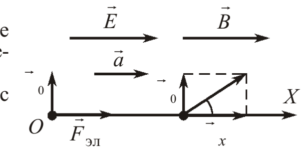
$$_к \quad \frac{T_{max} \quad T_{min}}{T_{max}} \quad \frac{T_3 \quad T_1}{T_3} \quad 1 \quad \frac{T_1}{T_3} \quad 1 \quad \frac{1}{1 \quad 3} \quad \frac{3}{1 \quad 3} \quad 0{,}334 \quad 33{,}4\%.$$

Ответ: $_к \quad \frac{3}{1 \quad 3} \quad 0{,}334 \quad 33{,}4\%$.

Задача №5

При отсутствии электрического поля протон в магнитном поле двигался бы по винтовой линии некоторого радиуса с периодом обращения

$$T \quad \frac{2 \quad m}{q B},$$



при этом величина его скорости оставалась бы неизменной. Наличие электрического поля, направленного параллельно магнитному, приведет к изменению величины и направления скорости частицы.

При движении электрическое поле будет действовать на протон с силой

$$\vec F_{эл} \quad q \vec E,$$

которая сообщит частице ускорение

$$a_x \quad q E/m.$$

Проекция скорости частицы на ось OX с течением времени будет увеличиваться

$$_x \quad a_x t \quad (q E/m) t$$

и через время $t \quad N T$ станет равной

$$_x \quad \frac{q E}{m} t \quad \frac{q E}{m} N T \quad \frac{2 \quad N E}{B}.$$

В этот момент времени скорость частицы будет направлена под углом к силовым линиям:

$$\text{tg} \quad \frac{_0}{_x} \quad \frac{_0 B}{2 \quad N E}; \quad \text{arctg} \frac{_0 B}{2 \quad N E} \quad 38{,}3^o.$$

Ответ: $\text{arctg} \frac{_0 B}{2 \quad N E} \quad 38{,}3^o$.

Задача №6

Оптическая сила системы линз, сложенных вплотную, равна сумме оптических сил этих линз:

$$D \quad D_1 \quad D_2,$$

где D 0 оптическая сила пластинки; D_1, D_2 оптические силы линз. Следовательно,

$$D_2 \quad D_1.$$

Записав формулу собирающей линзы в случае мнимого изображения и увеличение линзы

$$\frac1d \quad \frac1{f_1} \quad D_1; \quad \Gamma_1 \quad \frac{f_1}{d}$$

(где f_1 расстояние от изображения до линзы), получим:

$$\frac1d \quad \frac1{\Gamma_1 d} \quad D_1; \quad D_1 \quad \frac{\Gamma_1 \quad 1}{d \Gamma_1}; \quad d \quad \frac{\Gamma_1 \quad 1}{D_1 \Gamma_1}.$$

Уравнение для рассеивающей линзы и ее увеличение:

$$\frac1d \quad \frac1{f_2} \quad D_2; \quad \Gamma_2 \quad \frac{f_2}{d}.$$

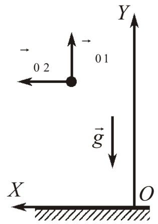
Следовательно,

$$f_2 \quad \frac{d}{1 \quad d D_2} \quad \frac{d}{1 \quad d D_1}; \quad \Gamma_2 \quad \frac{1}{1 \quad d D_1} \quad \frac{\Gamma_1}{2\Gamma_1 \quad 1} \quad 0{,}6.$$

Ответ: $\Gamma_2 \quad \frac{\Gamma_1}{2\Gamma_1 \quad 1} \quad 0{,}6$.

Вариант №4

Задача №1



Запишем зависимости от времени проекций скорости мячиков на оси системы координат:

$$_{1x}\quad 0;\quad _{1y}\quad _{01}\quad g\,t;\quad _{2x}\quad _{02};\quad _{2y}\quad g\,t,$$

где $_{01}$ $_{02}$ $_{0}$.

В момент времени t, когда первый мячик достиг максимальной высоты подъема ($_{1y}$ 0),

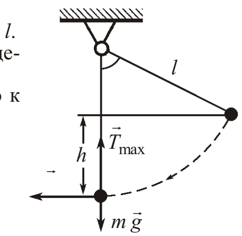
$$0\quad _{0}\quad g\quad t;\quad _{2y}\quad g\quad t.$$

Следовательно,

$$_{2y}\quad _{0};\quad _{2}\quad \sqrt{\ ^{2}_{2x}\quad ^{2}_{2y}}\quad \sqrt{2}\quad 14{,}1\ \text{м/с}.$$

Ответ: $_{2}\quad \sqrt{2}\quad 14{,}1$ м/с.

Задача №2



Шарик будет двигаться по дуге окружности радиусом, равным длине нити l.

При движении шарика натяжение нити будет максимальным при прохождении им положения равновесия.

Запишем уравнение движения шарика в проекции на ось, направленную к центру окружности, в момент прохождении положения равновесия:

$$\frac{m\quad ^{2}}{l}\quad T_{\max}\quad m\,g.$$

На основании закона сохранения механической энергии

$$m\,g\,h\quad \tfrac{1}{2}m\quad ^{2},$$

где $h\quad l\quad l\cos$. Следовательно,

$$m\quad ^{2}\quad 2\,m\,g\,l\,(1\quad \cos\quad);\quad 2\,m\,g\,(1\quad \cos\quad)\quad T_{\max}\quad m\,g;\quad \cos\quad \frac{3\,m\,g\quad T_{\max}}{2\,m\,g};$$

$$\arccos\frac{3\,m\,g\quad T_{\max}}{2\,m\,g}\quad 61{,}3^{\circ}.$$

Ответ: $\arccos\dfrac{3\,m\,g\quad T_{\max}}{2\,m\,g}\quad 61{,}3^{\circ}$.

Задача №3

Поскольку бусинка после удара о чашу весов поднялась на ту же высоту h, то ее скорость в результате соударения изменила направление на противоположное и осталась такой же по величине, какой была в момент удара. Так как удар абсолютно упругий, то скорость чаши также не изменилась по величине. Очевидно, что непосредственно перед соударением чаша двигалась навстречу бусинке.

Поскольку соударение происходит в момент прохождения чашей положения равновесия, то чаша вернется в это положение через половину периода колебаний, а бусинка через время, равное удвоенному времени падения t с высоты h. Следовательно,

$$\tfrac{1}{2}T\quad 2\quad t.$$

Поскольку период колебаний чаши

$$T\quad 2\quad \sqrt{M/k},$$

а время падения бусинки

$$t\quad \sqrt{2\,h/g},$$

то

$$\sqrt{M/k}\quad 2\sqrt{2\,h/g};\quad k\quad ^{2}M\,g/8\,h\quad 6\ \text{Н/м}.$$

Ответ: $k\quad \dfrac{^{2}M\,g}{8\,h}\quad 6$ Н/м.

Задача №4

КПД цикла Карно, проводимого в диапазоне температур, соответствующем изобарному процессу 1 2 ($T_{\min}$ T_1; $T_{\max}$ T_2)

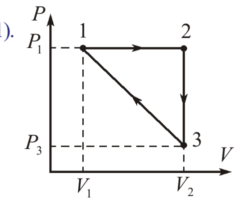
$$_{к}\quad \frac{T_{\max}\quad T_{\min}}{T_{\max}}\quad \frac{T_2\quad T_1}{T_2}\quad 1\quad \frac{T_1}{T_2};\quad \frac{T_1}{T_2}\quad 1\quad _{к}.$$

В циклическом процессе 1 2 3 1 газ получает теплоту в процессах 1 2 и 3 1, отдает в процессе 2 3. Следовательно, КПД цикла

$$\frac{A}{Q_{н}}\quad \frac{A}{A\quad Q_{х}}\quad \frac{A}{A\quad |Q_{2\ 3}|},$$

где работа газа за цикл

$$A\quad \tfrac{1}{2}(P_1\quad P_3)(V_2\quad V_1)\quad \tfrac{1}{2}P_3V_2\,(P_1/P_3\quad 1)(1\quad V_1/V_2),$$



а количество теплоты, отданной холодильнику,

$$Q_{х}\quad |Q_{2\ 3}|\quad |\quad U_{2\ 3}\quad A_{2\ 3}|\quad |\tfrac{3}{2}\quad R\,(T_3\quad T_2)|\quad \tfrac{3}{2}\quad R\,T_3\,(T_2/T_3\quad 1).$$

Записав уравнение Менделеева Клапейрона в состояниях 1, 2 и 3

$$P_1V_1\quad R\,T_1;\quad P_1V_2\quad R\,T_2;\quad P_3V_2\quad R\,T_3,$$

получим:

$$P_1/P_3\quad T_2/T_3;\quad V_1/V_2\quad T_1/T_2.$$

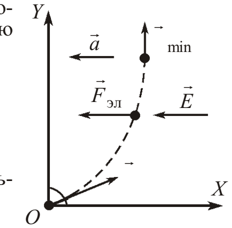
Следовательно,

$$A\quad \tfrac{1}{2}\quad R\,T_3\,(T_2/T_3\quad 1)(1\quad T_1/T_2);$$

$$\frac{\tfrac{1}{2}\quad R\,T_3\,(T_2/T_3\quad 1)(1\quad T_1/T_2)}{\tfrac{1}{2}\quad R\,T_3\,(T_2/T_3\quad 1)(1\quad T_1/T_2)\quad \tfrac{3}{2}\quad R\,T_3\,(T_2/T_3\quad 1)}\quad \frac{1\quad T_1/T_2}{(1\quad T_1/T_2)\quad 3}\quad \frac{_{к}}{3\quad _{к}}\quad 0{,}167\quad 16{,}7\%.$$

Ответ: $\dfrac{_{к}}{3\quad _{к}}\quad 0{,}167\quad 16{,}7\%$.

Задача №5



Из условия задачи следует, что если заряд частицы q 0, ее скорость в момент влета в электрическое поле направлена под тупым углом к направлению силовых линий поля, а если q 0, то под острым. Пусть заряд частицы q 0.

В электрическом поле на частицу будет действовать сила

$$\vec{F}_{эл}\quad q\,\vec{E},$$

которая сообщит ей ускорение

$$a_x\quad q\,E/m.$$

Проекция скорости частицы на ось OX с течением времени будет уменьшаться

$$_{x}\quad _{0x}\quad a_x\,t\quad \sin\quad (q\,E/m)\,t$$

и через время t станет равной нулю:

$$0\quad \sin\quad (q\,E/m)\quad t.$$

В этот момент скорость частицы будет минимальной:

$$_{\min}\quad _{0y}\quad \cos\quad \tfrac{1}{2}\quad .$$

Следовательно,

$$\cos\quad \tfrac{1}{2};\quad \frac{q\,E}{m\sin}\quad t\quad \frac{2\,q\,E}{\sqrt{3}\,m}\quad t.$$

Радиус окружности, по которой двигалась частица в магнитном поле, равен

$$R\quad \frac{m}{q\,B}\quad \frac{2\,E}{\sqrt{3}\,B}\quad t\quad 2{,}3\ \text{см}.$$

Ответ: $R\quad \dfrac{2\,E}{\sqrt{3}\,B}\quad t\quad 2{,}3$ см.

Задача №6

При использовании Гулливером собирающей линзы в качестве лупы, лилипуты располагались между линзой и ее фокусом. При этом изображение было мнимым. Записав формулу линзы и увеличение

$$\frac{1}{d}\quad \frac{1}{f_1}\quad \frac{1}{F};\quad \Gamma_1\quad \frac{f_1}{d}$$

(где f_1 расстояние от изображения до линзы), получим:

$$\frac{1}{d}\quad \frac{1}{\Gamma_1 d}\quad \frac{1}{F};\quad \frac{\Gamma_1\quad 1}{\Gamma_1 d}\quad \frac{1}{F};\quad d\quad F\,\frac{\Gamma_1\quad 1}{\Gamma_1}.$$

При использовании линзы с фокусным расстоянием F/n для получения уменьшенного изображения Гулливера на экране, лилипуты получали действительное изображение. Записав формулу линзы и увеличение в этом случае

$$\frac{1}{d}\quad \frac{1}{f_2}\quad \frac{n}{F};\quad \Gamma_2\quad \frac{f_2}{d},$$

получим:

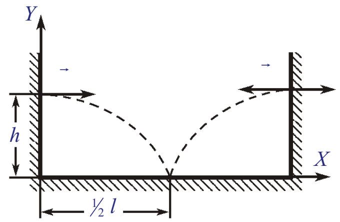
$$\frac{1}{f_2}\quad \frac{n}{F}\quad \frac{1}{d}\quad \frac{n}{F}\quad \frac{\Gamma_1}{F\,(\Gamma_1\quad 1)}\quad \frac{n\,(\Gamma_1\quad 1)\quad \Gamma_1}{F\,(\Gamma_1\quad 1)};\quad \Gamma_2\quad \frac{F\,(\Gamma_1\quad 1)}{n\,(\Gamma_1\quad 1)\quad \Gamma_1}\,\frac{\Gamma_1}{F\,(\Gamma_1\quad 1)}\quad \frac{\Gamma_1}{n\,(\Gamma_1\quad 1)\quad \Gamma_1};$$

$$k\quad \frac{1}{\Gamma_2}\quad \frac{n\,(\Gamma_1\quad 1)\quad \Gamma_1}{\Gamma_1}\quad 12{,}5.$$

Ответ: $k\quad \dfrac{1}{\Gamma_2}\quad \dfrac{n\,(\Gamma_1\quad 1)\quad \Gamma_1}{\Gamma_1}\quad 12{,}5$.

Вариант №1

Задача №1



Поскольку мячик поочередно ударяется о стены и пол комнаты и все время движется по одной и той же траектории, то он ударяется о стены перпендикулярно им, а о пол ударяется посередине комнаты.

Запишем закон движения мячика

$$x \quad t; \quad y \quad h \quad ½ g t^2$$

в момент удара о пол ($x \quad ½ l$; $y \quad 0$):

$$½ l \quad t; \quad 0 \quad h \quad ½ g \quad t^2,$$

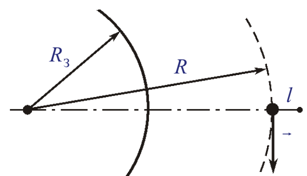
где l ширина комнаты. Следовательно,

$$t \quad \sqrt{2h/g}; \quad l \quad 2 \quad t \quad 2 \quad \sqrt{2h/g} \quad 3{,}8 \text{ м.}$$

Ответ: $l \quad 2 \quad \sqrt{2h/g} \quad 3{,}8$ м.

Задача №2

При максимальном удалении космонавта от Земли космонавт, космическая станция и центр Земли находятся на одной прямой и угловая скорость движения космонавта равна угловой скорости движения станции $_{\text{ст}}$.



Пренебрегая гравитационным взаимодействием космонавта и станции, запишем уравнения движения космонавта и станции в проекции на ось, направленную к центру Земли, в виде

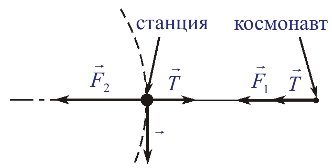
$$m \quad ^2 (R \quad l) \quad F_1 \quad T; \quad m_{\text{ст}} \quad ^2_{\text{ст}} R \quad F_2 \quad T,$$

где $m_{\text{ст}}$ масса станции; M_3 масса Земли; F_1, F_2 силы притяжения, действующие со стороны Земли на космонавта и на станцию:

$$F_1 \quad G\frac{m M_3}{(R \quad l)^2}; \quad F_2 \quad G\frac{m_{\text{ст}} M_3}{R^2}.$$

Следовательно,

$$m \quad ^2 (R \quad l) \quad G\frac{m M_3}{(R \quad l)^2} \quad T; \quad m_{\text{ст}} \quad ^2_{\text{ст}} R \quad G\frac{m_{\text{ст}} M_3}{R^2} \quad T.$$



Поскольку сила притяжения Землей космической станции $F_2 \quad T$, то с учетом равенства угловых скоростей $_{\text{ст}}$ получим:

$$^2_{\text{ст}} \quad G\frac{M_3}{R^3}; \quad T \quad m G\frac{M_3}{R^3}(R \quad l) \quad G\frac{m M_3}{(R \quad l)^2},$$

или

$$T \quad G m M_3 (R \quad l) \quad \frac{1}{R^3} \quad \frac{1}{(R \quad l)^3}.$$

Так как $R \quad l$, то

$$(R \quad l)^3 \quad R^3 \quad 3R^2 l \quad 3 R l^2 \quad l^3 \quad R^2(R \quad 3l);$$

$$T \quad G m M_3 (R \quad l) \quad \frac{1}{R^3} \quad \frac{1}{R^2(R \quad 3l)} \quad G m M_3 \frac{3l(R \quad l)}{R^3(R \quad 3l)} \quad G m M_3 \frac{3l}{R^3} \quad G\frac{3 l m M_3}{8 R_3^3}.$$

Выразив массу Земли через ускорение свободного падения

$$g \quad G\frac{M_3}{R_3^2},$$

окончательно находим

$$T \quad \frac{3 m g l}{8 R_3} \quad 5{,}7\ 10^{-3} \text{ Н.}$$

Ответ: $T \quad \dfrac{3 m g l}{8 R_3} \quad 5{,}7\ 10^{-3}$ Н.

Задача №3

Пренебрегая натяжением оболочки шара, запишем уравнение Менделеева Клапейрона для гелия в начале полета и после устранения утечки газа:

$$P_0 V_0 \quad \frac{m_{\text{гелия}}}{_1} R T_0; \quad P_0 V \quad \frac{(1 \quad) m_{\text{гелия}}}{_1} R T_0,$$

где $m_{\text{гелия}}$ начальная масса гелия в шаре; V объем шара после утечки гелия.

Следовательно,

$$m_{\text{гелия}} \quad \frac{_1 P_0 V_0}{R T_0}; \quad V \quad (1 \quad) V_0. \qquad (1)$$

Когда коротышки сбросили x мешков с песком, общая масса шара, коротышек и оставшихся мешков с песком стала равна

$$M_{\text{общ}} \quad M_0 \quad (1 \quad) m_{\text{гелия}} \quad N M \quad (n \quad x) m.$$

Чтобы шар снова начал подниматься, общая сила тяжести не должна превышать силу Архимеда:

$$M_{\text{общ}}\, g \quad F_{\text{Арх}},$$

где $F_{\text{Арх}} \quad g V$.

Записав уравнение Менделеева Клапейрона для окружающего воздуха в виде

$$P_0 \quad \frac{}{_2} R T_0,$$

найдем плотность воздуха:

$$\frac{_2 P_0}{R T_0}.$$

Следовательно,

$$F_{\text{Арх}} \quad \frac{_2 P_0}{R T_0} g V; \quad M_0 \quad (1 \quad) m_{\text{гелия}} \quad N M \quad (n \quad x) m \quad \frac{_2 P_0}{R T_0} V.$$

Отсюда с учетом (1) находим:

$$x \quad n \quad \frac{M_0 \quad N M}{m} \quad \frac{(1 \quad)}{m} \frac{_1 P_0 V_0}{R T_0} \quad (1 \quad) \frac{_2 P_0}{m R T_0} V_0;$$

$$x \quad n \quad \frac{M_0 \quad N M}{m} \quad (1 \quad) \frac{_2 P_0}{m R T_0} V_0 (_2 \quad _1) \quad 3{,}53.$$

Ответ: четыре мешка.

Задача №4

Примечание: поскольку в 10-м классе логарифмы еще не проходили, то задача решается непосредственным расчетом.

После того, как в первый раз кипяток налили в калориметр, вода остыла до температуры t_0 и растаяла масса льда m_1. На основании теплового баланса:

$$m_1 \quad c m (t \quad t_0); \quad m_1 \quad m \frac{c(t \quad t_0)}{} \quad 0{,}12 \text{ кг.}$$

Следовательно, масса вновь нагреваемой воды равна ($m \quad m_1$).

После того, как в калориметр налили кипяток во второй раз, растаяла масса льда

$$m_2 \quad (m \quad m_1) \frac{c(t \quad t_0)}{} \quad 0{,}28 \text{ кг.}$$

Аналогично, после третьего раза

$$m_3 \quad (m \quad m_1 \quad m_2) \frac{c(t \quad t_0)}{} \quad 0{,}63 \text{ кг.}$$

Поскольку $m_1 \quad m_2 \quad m_3 \quad 1{,}03$ кг M, то весь лед растает.

Ответ: трижды.

Задача №5

Поскольку $h \quad R$, то поле, создаваемое диском на оси на расстоянии h от диска, будет аналогичным полю бесконечной пластины:

$$E \quad \frac{}{2 \quad _0} \quad \frac{q}{2 \quad _0 \quad R^2},$$

где поверхностная плотность заряда диска; $q \quad S \quad R^2$ полный заряд диска.

На расстоянии $l \quad R$ от центра диска поле диска будет аналогичным полю точечного заряда:

$$E' \quad k\frac{q}{l^2} \quad \frac{2 \quad _0 \quad R^2 E}{4 \quad _0\, l^2} \quad \frac{R^2}{2 l^2} E \quad 2{,}4\ 10^{-3} \text{ В/м.}$$

Ответ: $E' \quad \dfrac{R^2}{2 l^2} E \quad 2{,}4\ 10^{-3}$ В/м.

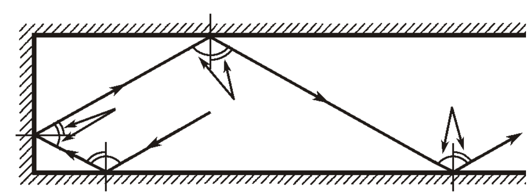
Задача №6

Из геометрии рисунка следует:

$$½ \quad ;$$

$$½ \quad ;$$

$$.$$



Ответ: см. рис.; после четырех отражений.